

УДК 653.13+531.3

О. Б. Мокін, к. т. н., доц.; Б. І. Мокін, д. т. н., проф.

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОБМЕЖЕНЬ НА ЛІНІЙНУ ТА КУТОВУ ШВИДКОСТІ ДВОХОСЬОВОГО АВТОМОБІЛЯ ПІД ЧАС РУХУ ПО ЗАКРУГЛЕННЮ ДОРОГИ

Побудовано математичні моделі обмежень на лінійну та кутову швидкості двохосьового автомобіля, що забезпечують його рух по закругленню дороги без заносів та перекидань. Моделі враховують вплив відцентрової сили, що діє на центр маси автомобіля з вантажем, силу ваги завантаженого автомобіля, що прикладена до цього ж центра, та стан дороги.

Постановка задачі

В роботі [1] нами побудована математична модель двохосьового автомобіля, за допомогою якої можна дослідити його рух по прямолінійному відрізку дороги та по її закругленню у відсутності зупинок, обгонів та об'їздів.

Оскільки запропонована математична модель описує рух автомобіля на площині, то за її допомогою не можна оцінити значення параметрів руху, при досягненні яких може відбутись занос або перевертання автомобіля під дією сил, що створюють обертальний момент навколо його горизонтальної осі і діють у площині, ортогональній до площини, на якій задано траєкторію руху.

У цій роботі побудовані математичні моделі, за допомогою яких можна визначити значення параметрів руху, не перевищення яких гарантує рух автомобіля без заносів і перевертання. В статті в ті параметри, які вже зустрічались в роботі [1], вкладається такий самий зміст і позначаються вони такими ж символами без додаткових пояснень.

Розв'язання задачі

На рисунку показано поперечний переріз двохосьового автомобіля площиною, яка проходить через його центр маси перпендикулярно до вектора лінійної швидкості, під час руху від нас по горизонтальному відрізку дороги, що має закруглення радіуса R .

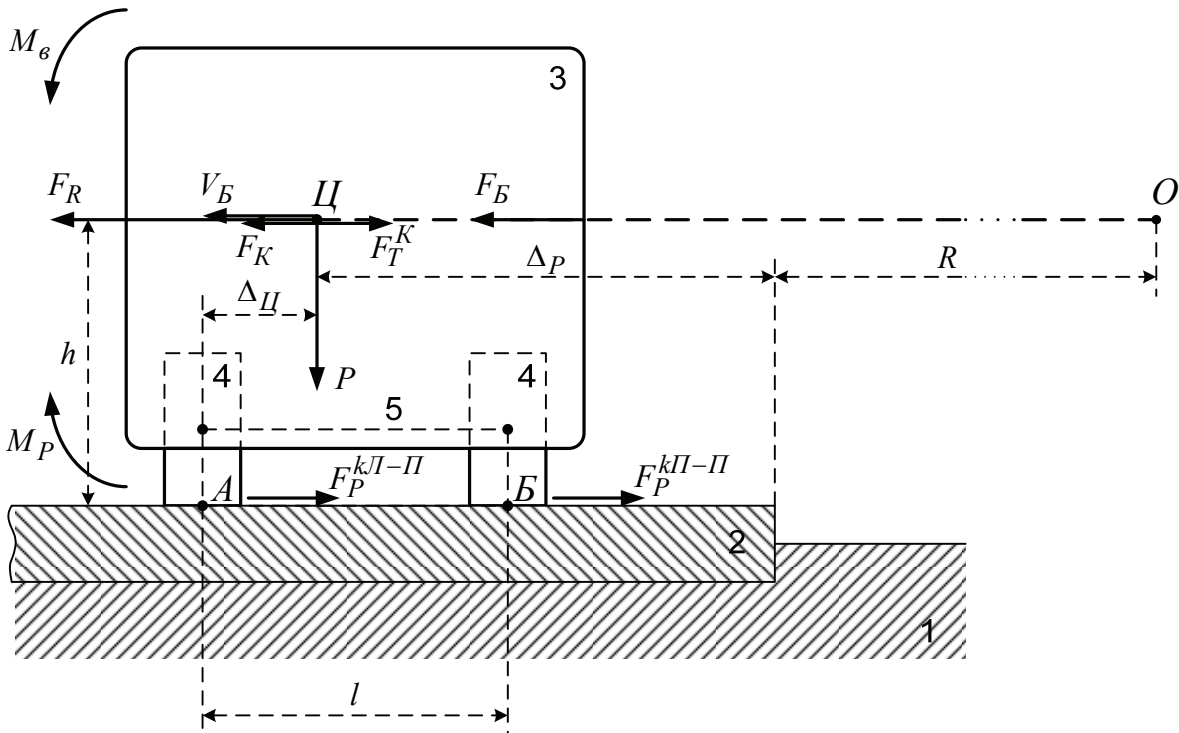
Хоч вони на рисунку і не нанесені, але одразу ж введемо і позначення $F_P^{kЛ-3}$ — сили тертя ковзання лівого заднього колеса та $F_P^{kП-3}$ — сили тертя ковзання правого заднього колеса.

Під час руху автомобіля можливі два режими його відхилення від норми — по-перше, це занос автомобіля, коли його колеса одночасно з коченням вперед здійснюють ковзання вбік, а по-друге, це перекидання автомобіля, коли обидва колеса з одного боку відриваються від дорожнього полотна і здійснюється обертання автомобіля навколо осі, яка проходить через інші два колеса, які продовжують бути зчепленими з дорогою. Знайдемо умови, за яких можлива поява одного з згаданих вище режимів.

Спочатку знайдемо умови виникнення заносу. Із законів механіки [2] та рис. 1 випливає, що нормальний рух автомобіля можливий лише тоді, коли виконуються нерівності:

$$F_R + F_B + F_K \leq F_P^{kЛ-П} + F_P^{kП-П} + F_P^{kЛ-3} + F_P^{kП-3} + F_T^K, \quad (1)$$

$$M_B \leq M_P. \quad (2)$$



Поперечний переріз двохосового автомобіля площиною, яка проходить через його центр маси перпендикулярно до вектора лінійної швидкості, під час руху від нас по горизонтальному відрізку закруглення дороги: 1 – насип, 2 – асфальтове покриття, 3 – кузов автомобіля, 4 – колесо автомобіля, 5 – передня вісь автомобіля, А, В – точки центрів поверхонь зчеплення коліс автомобіля з асфальтовим покриттям дороги, l – довжина осі між точками закріплення коліс, Δ_C – відстань від центра Ц маси автомобіля до зовнішнього колеса на закругленні дороги, Δ_P – відстань від центра маси автомобіля до внутрішньої дуги асфальтового покриття на закругленні дороги, R – відстань від центра закруглення дороги до внутрішньої дуги асфальтового покриття, v_B – швидкість бокового заносу центра маси автомобіля, h – висота центра маси автомобіля; F_R – відцентрова сила, F_B – сила бокового опору повітря, F_K – коріолісова сила, F_T^K – складова сили тяги двигуна, яка урівноважує коріолісову силу, P – сила ваги автомобіля (з вантажем), $F_P^{kЛ-П}$ – сила тертя ковзання лівого переднього колеса, $F_P^{kП-П}$ – сила тертя ковзання правого переднього колеса, M_B – обертальний момент відцентрової сили, M_P – обертальний момент сили ваги.

У разі ж, якщо нерівність (2) буде виконуватись, а у нерівності (1) знак зміниться на протилежний, тобто, коли матимемо

$$F_R + F_B + F_K \geq F_P^{kЛ-П} + F_P^{kП-П} + F_P^{kЛ-3} + F_P^{kП-3} + F_T^K, \quad M_B \leq M_P, \quad (3)$$

то автомобіль почне заносити. А якщо ж буде виконуватись нерівність (1), а поміняє знак нерівність (2), тобто, коли матимемо:

$$F_R + F_B + F_K \leq F_P^{kЛ-П} + F_P^{kП-П} + F_P^{kЛ-3} + F_P^{kП-3} + F_T^K, \quad M_B \geq M_P, \quad (4)$$

то автомобіль почне перекидатися.

Очевидно, що мінімальні значення лінійної $v^{гп}$ та кутової швидкостей автомобіля, за яких почнеться занос, потрібно знаходити з рівняння

$$F_R + F_B + F_K = F_P^{kЛ-П} + F_P^{kП-П} + F_P^{kЛ-3} + F_P^{kП-3} + F_T^K, \quad (5)$$

за умови, що виконується нерівність (2), а мінімальні значення лінійної $v^{кп}$ та кутової швидкостей, за яких почнеться перевертання автомобіля, потрібно знаходити з рівняння

$$M_B = M_P, \quad (6)$$

за умови, що виконується нерівність (1).

Підставляючи значення сил, які ми отримали в роботі [1], в рівняння (5), матимемо:

$$\begin{aligned}
 & m \frac{(v^{\text{гп}})^2 + \omega^2 (R + \Delta_P)^2}{R + \Delta_P} + \frac{1}{2} k_{\text{ПЛ}} S_{\text{Б}} (\omega L + v_{\text{в}} \sin(2\pi - \mu))^2 + \\
 & \quad + k_{\text{ПБ}} S_{\text{Л}} (\omega L + v_{\text{в}} \sin(2\pi - \mu)) + 2m v^{\text{гп}} \omega = \\
 & = k_{**}^{\text{Л-П}} (\omega, P) P^{\text{Л-П}} + k_{**}^{\text{П-П}} (\omega, P) P^{\text{П-П}} + k_{**}^{\text{Л-З}} (\omega, P) P^{\text{Л-З}} + k_{**}^{\text{П-З}} (\omega, P) P^{\text{П-З}} + F_T \text{tg} \alpha,
 \end{aligned} \tag{7}$$

де $k_{**}^{(\bullet)}(\omega, P)$ — коефіцієнти ковзання відповідних коліс, $P^{(\bullet)}$ — складові сили ваги автомобіля, які прикладаються до відповідних коліс, а усі інші позначення відповідають тим, що наведені в роботі [1].

Оскільки

$$P^{\text{Л-П}} + P^{\text{П-П}} + P^{\text{Л-З}} + P^{\text{П-З}} = P, \tag{8}$$

то в разі, якщо усі колеса автомобіля по ковзанню перебувають в однакових умовах, тобто

$$k_{**}^{\text{Л-П}} (\omega, P) = k_{**}^{\text{П-П}} (\omega, P) = k_{**}^{\text{Л-З}} (\omega, P) = k_{**}^{\text{П-З}} (\omega, P) = k_{**} (\omega, P), \tag{9}$$

то замість рівняння (7) матимемо більш коротке для запису рівняння

$$\begin{aligned}
 & m \frac{v^2 + \omega^2 (R + \Delta_P)^2}{R + \Delta_P} + \frac{1}{2} k_{\text{ПЛ}} S_{\text{Б}} (\omega L + v_{\text{в}} \sin(2\pi - \mu))^2 + \\
 & \quad + k_{\text{ПБ}} S_{\text{Л}} (\omega L + v_{\text{в}} \sin(2\pi - \mu)) + 2m v \omega = k_{**} (\omega, P) P + F_T \text{tg} \alpha,
 \end{aligned} \tag{10}$$

котре відносно швидкості v автомобіля є квадратним і має корінь

$$\begin{aligned}
 v^{\text{гп}} = -\omega (R + \Delta_P) + \left(\frac{R + \Delta_P}{m} (k_{**} (\omega, P) P + F_T \text{tg} \alpha - \right. \\
 \left. - k_{\text{ПЛ}} S_{\text{Б}} (\omega L + v_{\text{в}} \sin(2\pi - \mu))^2 - k_{\text{ПБ}} S_{\text{Л}} (\omega L + v_{\text{в}} \sin(2\pi - \mu))) \right)^{\frac{1}{2}} = f_1 (\omega).
 \end{aligned} \tag{11}$$

Отримана нами модель (11) математично підтверджує відомий для водіїв автомобілів факт, що чим крутіший поворот, тобто, чим більшою є кутова швидкість ω повороту автомобіля, тим з меншою лінійною швидкістю v потрібно входити в цей поворот, аби не сталося заносу автомобіля, в результаті якого можна злетіти зі смуги руху на узбіччя дороги.

А тепер віднайдемо залежність, подібну до (11), для умови перекидання автомобіля. З рисунку та рівняння (6) маємо

$$(F_R + F_{\text{Б}} + F_{\text{К}}) h = P \Delta_{\text{Ц}}, \tag{12}$$

або

$$\begin{aligned}
 & m \frac{v^2 + \omega^2 (R + \Delta_P)^2}{R + \Delta_P} + \frac{1}{2} k_{\text{ПЛ}} S_{\text{Б}} (\omega L + v_{\text{в}} \sin(2\pi - \mu))^2 + \\
 & \quad + k_{\text{ПБ}} S_{\text{Л}} (\omega L + v_{\text{в}} \sin(2\pi - \mu)) + 2m v \omega = P \Delta_{\text{Ц}}.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Корінь цього квадратного від лінійної швидкості руху автомобіля рівняння матиме вигляд

$$v^{\text{кп}} = -\omega (R + \Delta_P) + \left(\frac{R + \Delta_P}{m} \left(P \Delta_{\text{Ц}} - k_{\text{ПЛ}} S_{\text{Б}} (\omega L + v_{\text{в}} \sin(2\pi - \mu))^2 - \right. \right. \\
 \left. \left. - k_{\text{ПБ}} S_{\text{Л}} (\omega L + v_{\text{в}} \sin(2\pi - \mu)) \right) \right)^{\frac{1}{2}} = f_2 (\omega). \tag{14}$$

Ще раз нагадаємо, що математична модель (14) буде справедливою лише за умови виконання нерівності (1).

Висновки

Побудована математична модель, за допомогою якої для будь-якої заданої кутової швидкості входження автомобіля в поворот можна розрахувати допустиму лінійну швидкість його входження в цей поворот.

Знайдена математична модель для розрахунку співвідношення лінійної та кутової швидкостей автомобіля, при яких починається процес його перевертання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Олександр Борисович. Математична модель двоосного автомобіля в задачі керування його рухом у відсутності об'їздів і обгонів [Електронний ресурс] / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Наукові праці ВНТУ. — 2009. — № 4. — Режим доступу до журн.: http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2009-4/2009-4.files/uk/09bimdao_ua.pdf
2. Павловський Михайло Антонович. Теоретична механіка / М. А. Павловський. — Київ : Техніка, 2002. — 512 с.

Рекомендована кафедрою електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті

Надійшла до редакції 14.01.10
Рекомендована до друку 28.02.10

Мокін Олександр Борисович — доцент, **Мокін Борис Іванович** — професор.

Кафедра електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті, Вінницький національний технічний університет